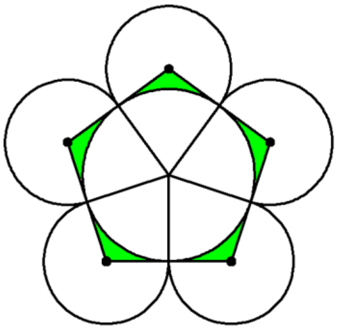
Lösung Problem des Monats Juli 2022 (Senior-Kalender)

Die Figuren entstehen, indem man um einen Kreis mit Radius r = 1 LE ein regelmäßiges n-Eck zeichnet (Bezeichnung der Seitenlänge: s) und dann um die Eckpunkte des n-Ecks Kreisbögen mit Radius 0,5 · s; diese Kreisbögen berühren sich jeweils im Mittelpunkt der Seiten des n-Ecks und stehen dort senkrecht auf dem inneren Kreis.



Die Innenwinkel des regelmäßigen n-Ecks sind jeweils $180° - \frac{360°}{n}$.

Die Flächen der blauen Blütenblätter setzen sich zusammen aus den außen liegenden Kreissektoren mit Radius 0,5 · s und Mittelpunktswinkel $180° + \frac{360°}{n}$ sowie den grün gefärbten Restflächen, die zwischen dem regelmäßigen n-Eck und dem zugehörigen Inkreis liegen.

Zwischen dem Radius r = 1 LE des Inkreises und der Seitenlänge s des n-Ecks besteht der Zusammenhang: $\tan(\frac{180°}{n}) = \frac{\frac{s}{2}}{r} = \frac{1}{2} \cdot s$, also $s = 2 \cdot \tan(\frac{180°}{n})$.

Das gelbe Blütenkörbchen hat den Flächeninhalt $A_{gelb} = \pi \cdot r^2 = \pi \approx 3{,}14159$.

Für den Flächeninhalt des regelmäßigen n-Ecks gilt: $A_n = n \cdot \frac{1}{2} \cdot s \cdot r = \frac{1}{2} \cdot n \cdot 2 \cdot \tan(\frac{180°}{n}) = n \cdot \tan(\frac{180°}{n})$;

für die grün gefärbten Restflächen gilt daher: $A_{grün} = n \cdot \tan(\frac{180°}{n}) - \pi$

Die n Blütenblätter haben insgesamt den Flächeninhalt

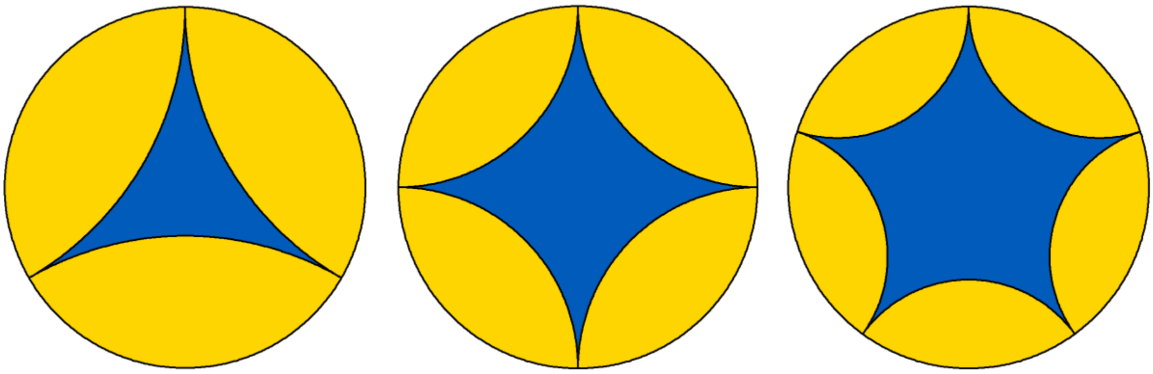
$$A_{blau} = n \cdot (\tfrac{s}{2})^2 \cdot \pi \cdot \frac{180° + \frac{360°}{n}}{360°} + A_{grün} = n \cdot \tan^2(\tfrac{180°}{n}) \cdot \pi \cdot (\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{n}) + (n \cdot \tan(\tfrac{180°}{n}) - \pi)$$
$$= \pi \cdot (\tfrac{n}{2} + 1) \cdot \tan^2(\tfrac{180°}{n}) + n \cdot \tan(\tfrac{180°}{n}) - \pi \,.$$

Im Einzelnen ergibt sich:

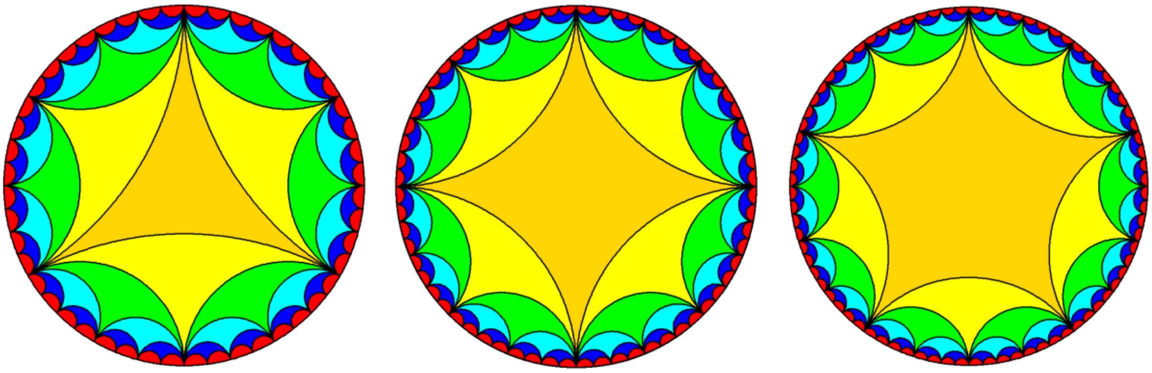
	3	4	5	6	7	8	9	10
A_{gelb}	3,1416	3,1416	3,1416	3,1416	3,1416	3,1416	3,1416	3,1416
$A_{grün}$	2,055	0,858	0,491	0,323	0,229	0,172	0,134	0,107
A_{blau}	25,617	10,283	6,295	4,511	3,508	2,867	2,423	2,098
A_{blau}/A_{gelb}	8,154	3,273	2,004	1,436	1,117	0,913	0,771	0,668

Für n ≥ 8 ist demnach die gelbe Fläche größer als die blauen zusammen.

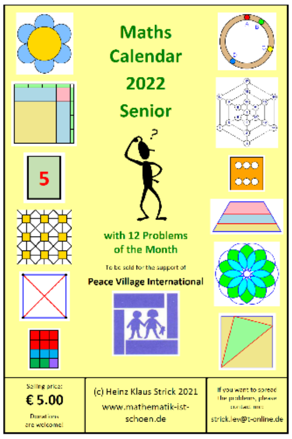
Übrigens: Betrachtet man statt der außen verlaufenden Kreisbögen die entsprechenden innen verlaufenden Bögen, dann entstehen folgende Figuren:



Und in diese kann man dann noch weitere Bögen einzeichnen …

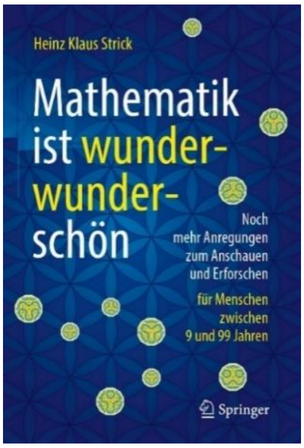


Meine Kalender für 2022 sind weiterhin lieferbar (als pdf zum Selbstausdrucken):

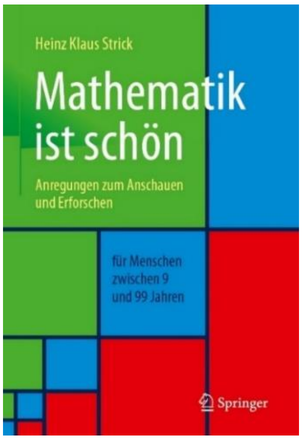


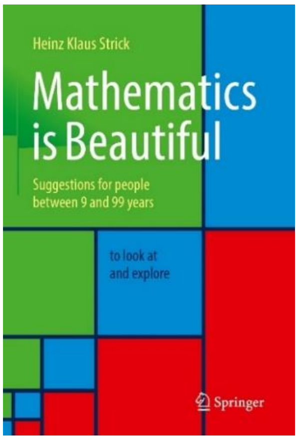
(auch in englischer Sprache erhältlich).

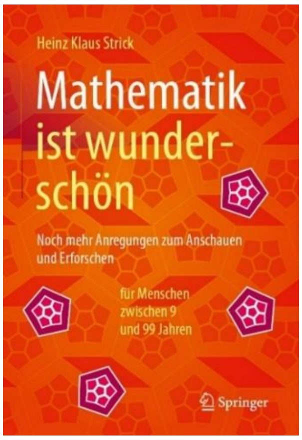
Hinweis auf meine Bücher über schöne und geniale Mathematik (mit neuen Preisen ab 1. April 2022)

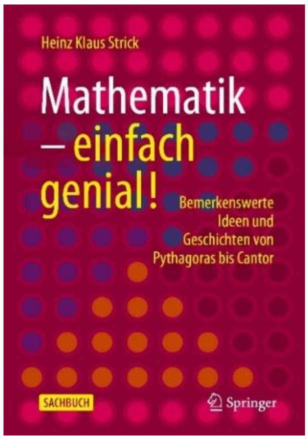


- *Mathematik ist schön* (2017, 2. Auflage 2019): 28,00 €
- *Mathematik ist wunderschön* (2018, 2. Auflage 2020): 28,00 €
- *Mathematik ist wunderwunderschön* (2019, 2. Auflage 2022): **25,00 €** **(Neuerscheinung)**
- *Mathematik – einfach genial* (2020): 33,00 €
- *Mathematics is beautiful* (2021, englisch-sprachige Ausgabe von *Mathematik ist schön*): 33,00 €









- ➢ Wenn diese Bücher über mich gekauft werden, geht jeweils 25 % des Verkaufspreises (= mein Buchhändler-Rabatt) als Spende an das **Friedensdorf Oberhausen**.
- ➢ NEU (ab 2022): Wenn Sie den Rechnungsbetrag aufrunden, dann gibt es für jeden zusätzlichen Euro ein Los bei meiner Jahreslotterie (Einzelheiten finden Sie auf der Homepage).