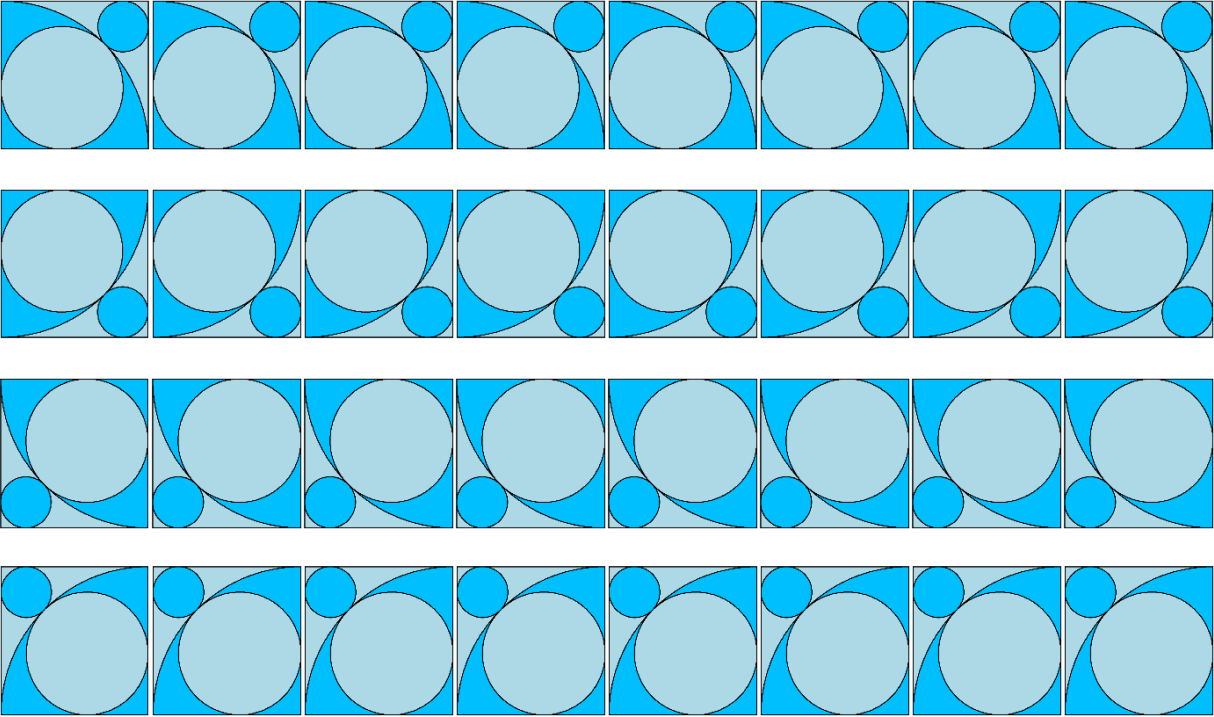


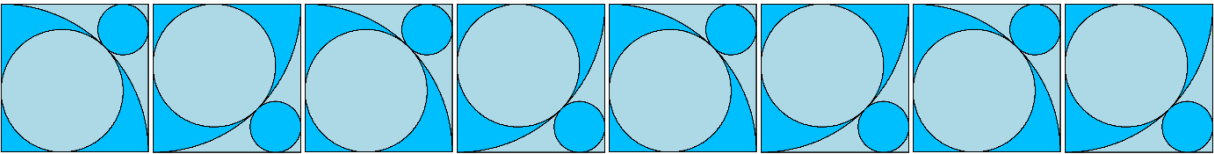
**Lösung Problem des Monats September 2021 (Junior-Kalender)**

Wie viele verschiedene 1- bzw. 2-reihige Friese *mit einem Muster* der Länge 1, 2 oder 4 können mit den blauen Kacheln ausgelegt werden?

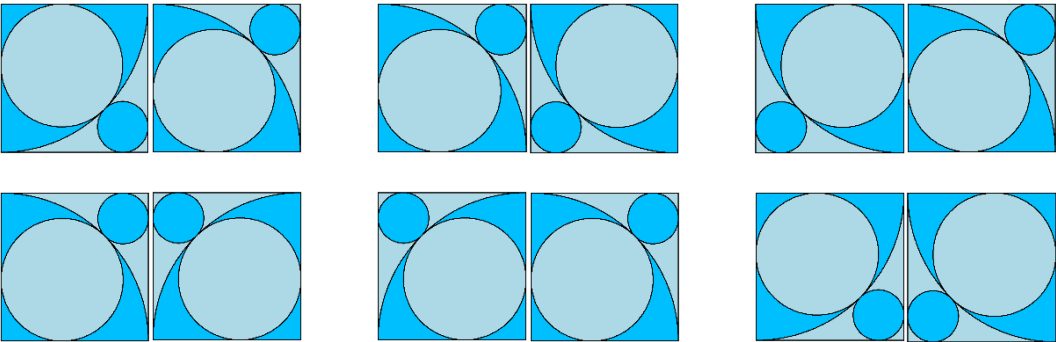
**1-reihiger Fries mit einem Muster der Länge 1:** 4 Möglichkeiten

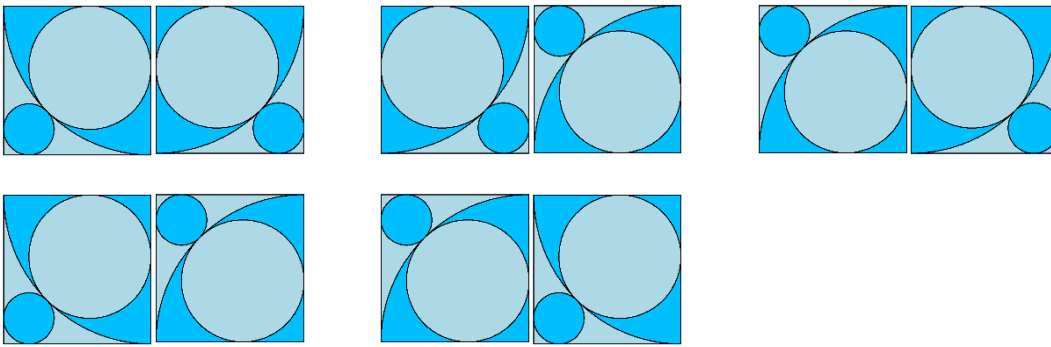


**1-reihiger Fries mit einem Muster der Länge 2:**  $4 \cdot 3 = 12$  Möglichkeiten  
 Für die erste Stelle hat man vier Möglichkeiten, für die zweite Stelle hat man drei Möglichkeiten, die man mit der ersten Stelle kombinieren kann. Diese werden dann wiederholt, *beispielsweise*

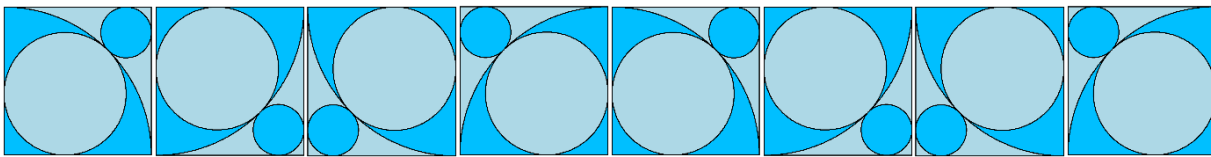


und weiter alle Wiederholungen der folgenden elf 2er-Kombinationen

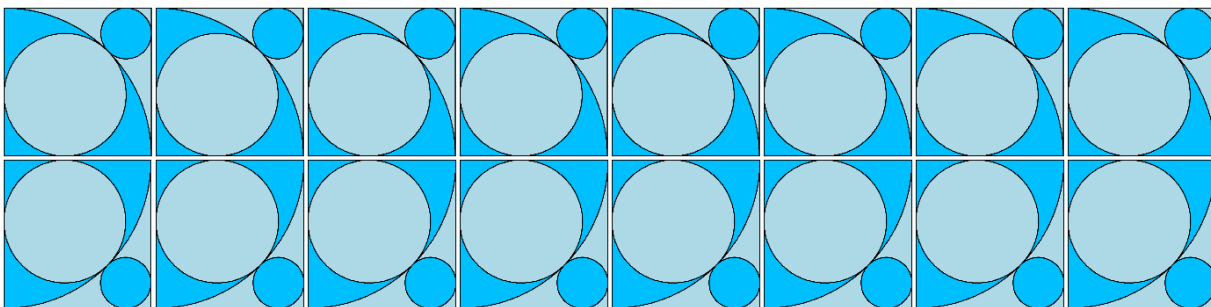




**1-reihiger Fries mit einem Muster der Länge 4:**  $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$  Möglichkeiten, *beispielsweise*



**2-reihiger Fries mit einem Muster der Länge 1:**  $4 \cdot 3 = 12$  Möglichkeiten (die 12 möglichen Anordnungen des 1-reihigen Frieses mit einem Muster der Länge 2 müssen nur gedreht werden, *beispielsweise*)



**2-reihiger Fries mit einem Muster der Länge 2:**

Jetzt wird die Sache etwas komplizierter:

- 1. Fall: Die vier Felder werden mit zwei verschiedenen Fliesen belegt.

Die Fliese oben links bezeichnen wir mit „a“ – hierfür gibt es jeweils 4 mögliche Grundformen; die übrigen Felder können mit „a“ oder mit einer anderen Fliese „b“ belegt werden – für Fliese „b“ gibt es 3 mögliche Grundformen.

Da die obere Reihe und die untere Reihe nicht nur aus einer Grundform bestehen dürfen (weil es ja sonst ein Muster der Länge 1 wäre), bleiben noch die folgenden Varianten und somit  $4 \cdot 3 \cdot 6 = 72$  Möglichkeiten.

a	a	a	b	a	a	a	b	a	b	a	b
a	b	a	a	b	a	b	a	a	b	b	b

- 2. Fall: Die vier Felder werden mit drei verschiedenen Fliesen belegt.

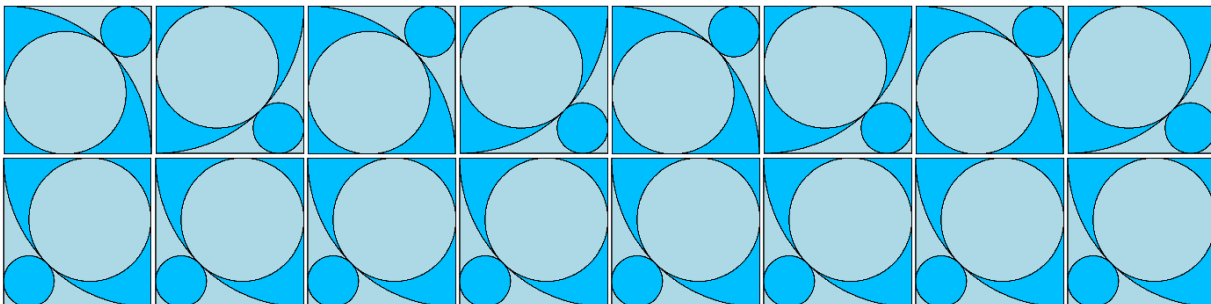
Die Fliese oben links bezeichnen wir mit „a“ – hierfür gibt es jeweils 4 Grundformen; die übrigen Felder können mit „a“ oder mit anderen Fliesen „b“ bzw. „c“ belegt werden – für die Auswahl von „b“ und „c“ gibt es  $3 \cdot 2 = 6$  mögliche Kombinationen; somit haben für jede der folgenden 6 Varianten insgesamt  $4 \cdot 6 \cdot 6 = 144$  Möglichkeiten.

a	a	a	b	a	b	a	b	a	c
b	c	a	c	c	a	b	c	c	b

- 3. Fall: Die vier Felder werden mit vier verschiedenen Fliesen belegt; hierfür gibt es  $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$  verschiedene Möglichkeiten.

Insgesamt gibt es also  $72 + 144 + 24 = 240$  verschiedene 2-reihige Friese mit einem Muster der Länge 2.

Das folgende Beispiel zeigt eine der Varianten (oben a, c; unten b, b):



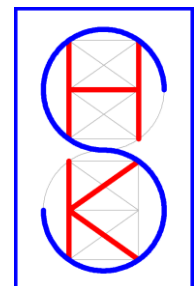
### 2-reihiger Fries mit einem Muster der Länge 4:

Die Lösung hierzu haben wir nicht ausgeführt. Aus dem letzten Teil wird deutlich, dass auch hier drei Fälle untersucht werden müssen:

- 1. Fall: Die acht Felder werden mit zwei verschiedenen Fliesen belegt.
- 2. Fall: Die acht Felder werden mit drei verschiedenen Fliesen belegt.
- 3. Fall: Die acht Felder werden mit drei verschiedenen Fliesen belegt.

Wieder ist es sinnvoll, die Fliese oben links als Typ „a“ zu bezeichnen; und dann gibt es im 1. Fall weitere Unterfälle: vom Typ „b“ wird 1 Feld belegt, werden 2 oder 3 oder 4 oder 5 oder 6 oder 7 Felder belegt. Im ersten Unterfall gibt es 7 Varianten, im zweiten 21 Varianten, im dritten 35 Varianten, ...

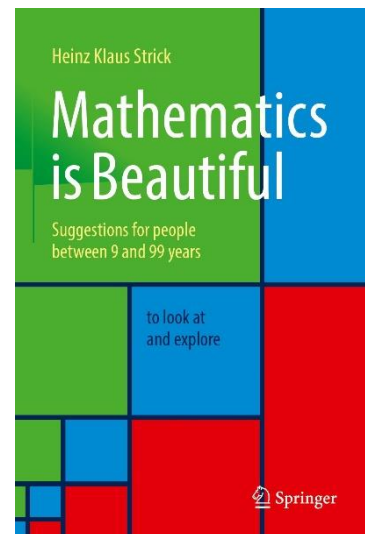
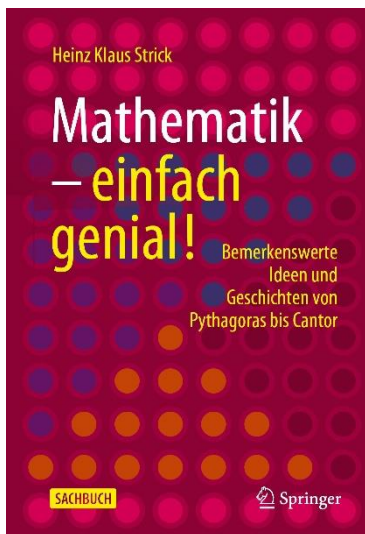
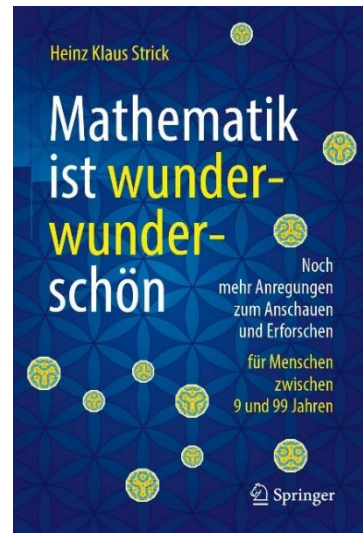
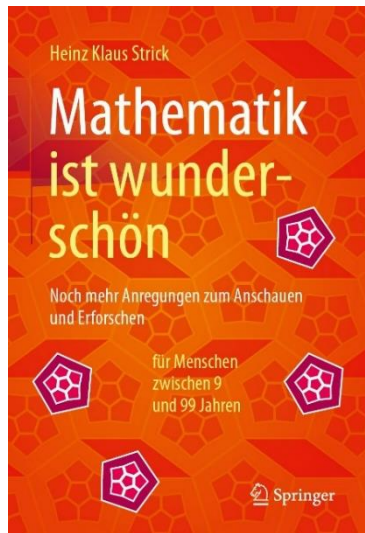
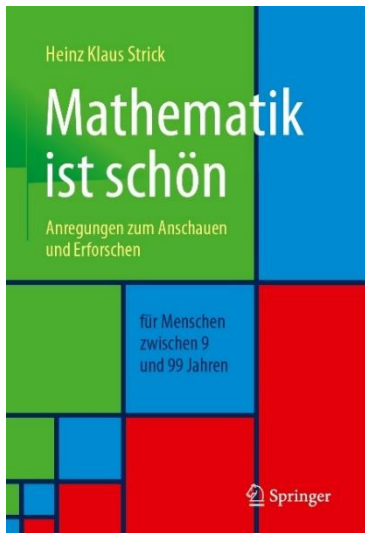
also offensichtlich sehr viele, die zeigen, dass man selbst mit den einfachsten Fliesen vielfältige Muster auslegen kann.



Hinweis: 1-reihige und 2-reihige Friese und die möglichen Typen von Anordnungen werden in Kap. 1 von *Mathematik ist wunderwunderschön* thematisiert.

## Hinweis auf meine Bücher über schöne und geniale Mathematik

- *Mathematik ist schön* (2017, 2. Auflage 2019): 25,00 €
- *Mathematik ist wunderschön* (2018, 2. Auflage 2020): 25,00 €
- *Mathematik ist wunderwunderschön* (2019, die 2. Auflage erscheint im Herbst 2021): 25,00 €
- *Mathematik – einfach genial* (2020): 30,00 €
- *Mathematics is beautiful* (2021, englisch-sprachige Ausgabe von *Mathematik ist schön*): 30,00 €



- Wenn diese Bücher über mich gekauft werden, geht jeweils 25 % des Verkaufspreises (= mein Buchhändler-Rabatt) als Spende an das **Friedensdorf Oberhausen**.