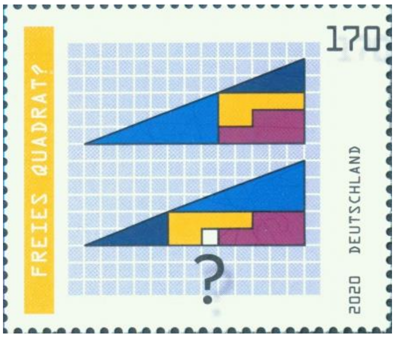

Das verschwundene Quadrat

In Kap. 13 von *Mathematik ist schön* habe ich mich mit verschiedenen Varianten des Problems beschäftigt. Die im Jahr 2020 erschienene deutsche Briefmarke enthält ein Beispiel, das in Abschnitt 13.4 einzuordnen ist.

In der oberen Darstellung ist eine (scheinbare) Dreiecksfigur mit Breite 13 LE und Höhe 5 LE zu sehen, die sich zusammensetzt aus einem blauen rechtwinkligen 3 × 8-Dreieck (Flächeninhalt 12 FE), einem dunkelblauen rechtwinkligen 2 × 5-Dreieck (Flächeninhalt 5 FE) sowie zwei L-förmigen Gnomonen mit den Flächeninhalten 7 FE (orange) und 8 FE (dunkelrot); insgesamt hat also die obere Figur einen Flächeninhalt 32 FE. Da bei der unteren Dreiecksfigur ein Quadratkästchen frei ist, hat diese daher einen Flächeninhalt von 33 FE.

Des Rätsels Lösung um das verschwundene Quadrat liegt hier – wie bei den anderen Varianten – an den unterschiedlichen Steigungswinkeln der beiden blauen Dreiecke.

dunkelblau: $\arctan(\frac{2}{5}) \approx 21{,}80°$, blau: $\arctan(\frac{3}{8}) \approx 20{,}56°$.

Die obere Dreiecksfigur hat wegen der unterschiedlichen Steigungswinkel einen „Knick" nach innen, die untere nach außen.

Das auf der Briefmarke dargestellte „Rätsel" hängt mit der Identität von D'OCAGNE zusammen, die eine bemerkenswerte Eigenschaft von vier aufeinanderfolgenden FIBONACCI-Zahlen enthält:

$$f_{n-1} \cdot f_{n+2} - f_n \cdot f_{n+1} = (-1)^n ,$$

hier also $f_3 \cdot f_6 - f_4 \cdot f_5 = 2 \cdot 8 - 3 \cdot 5 = (-1)^4 = 1$ mit $f_3 = 2$, $f_4 = 3$, $f_5 = 5$ und $f_6 = 8$.