Lösung Problem des Monats März 2021 (Senior-Kalender)

Bezeichnen wir die sechs Sätze mit den Buchstaben A, B, C (erstes Klavierkonzert) bzw. mit D, E, F (zweites Klavierkonzert), dann ergibt sich Folgendes:

Die beiden Klavierkonzerte bestehen insgesamt aus 6 Sätzen. Es gibt $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$ Möglichkeiten, diese 6 Sätze anzuordnen.

- Von diesen wird nur bei den Reihenfolgen ABCDEF und DEFABC die jeweils richtige Reihenfolge beibehalten. Daher ist die Wahrscheinlichkeit, dass man nach Betätigen der Shuffle-Taste beide Klavierkonzerte in der richtigen Reihenfolge der Sätze hört, gleich $\frac{1}{360}$.

  Wegen des Druckfehlers im Kalender bitte ich um Entschuldigung!
- Man hört das erste der beiden Klavierkonzerte in der richtigen Reihenfolge der Sätze bei den Anordnungen ABCxyz und xyzABC, wobei xyz gemäß Aufgabenstellung nicht gleich DEF sein darf, das sind jeweils 5 Möglichkeiten für xyz. Weiter erfüllt ist die Bedingung bei den Anordnungen xABCyz und xyABCz; das sind jeweils 6 Möglichkeiten. Insgesamt gibt es also 22 Möglichkeiten, nur das erste Klavierkonzert in der richtigen Reihenfolge der Sätze zu hören. Entsprechendes gilt (aus Symmetriegründen) auch für das zweite Klavierkonzert. Das sind also insgesamt 44 von 720 möglichen Anordnungen (6,1 %).

- Achtet man nur auf die Einhaltung der Reihenfolge Allegro – Adagio – Rondo – Allegro – Adagio – Rondo, dann stehen für die ersten drei abgespielten Sätze jeweils 2 Alternativen zur Verfügung, die nächsten drei Sätze ergeben sich dann jeweils automatisch; insgesamt kommen hierfür $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ von 720 Anordnungen in Frage (1,1 %).

- Geht es nur um die Frage, ob irgendwann beim Abspielen der sechs Sätze drei aufeinanderfolgende Stücke die Reihenfolge Allegro – Adagio – Rondo haben, dann kann der Allegro-Satz der 8 zuvor ermittelten Möglichkeiten an erster, zweiter, dritter oder vierter Stelle stehen (Adagio jeweils dahinter, Rondo jeweils hinter dem Adagio-Satz). Damit ergeben sich $4 \cdot 8 = 32$ Möglichkeiten (4,4 %).

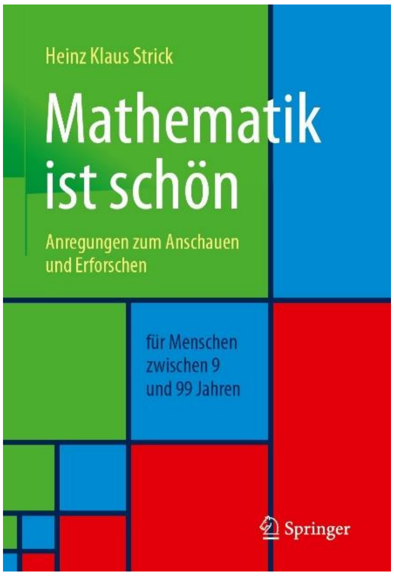
- Auch für die Reihenfolge Allegro – Allegro – Adagio – Adagio – Rondo – Rondo gibt es analog zu oben $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ Möglichkeiten (1,1 %).

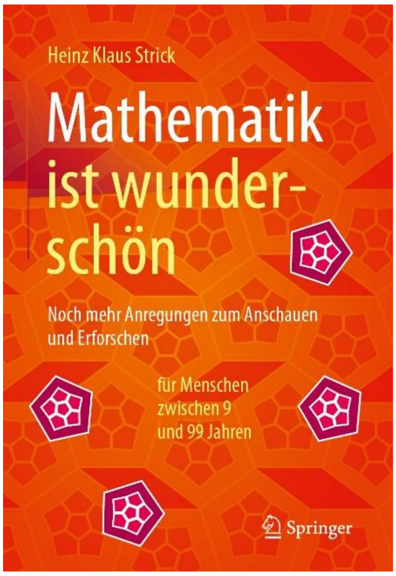
- Den Fall, dass keines der sechs Stücke an seinem eigentlichen Platz abgespielt wird, bezeichnet man als den Fall einer *fixpunktfreien Permutation*. Hierfür gibt es 265 Möglichkeiten (36,8 % ≈ 1/e), vgl. z. B. Mathematik ist wunderwunderschön, Kap. 11.

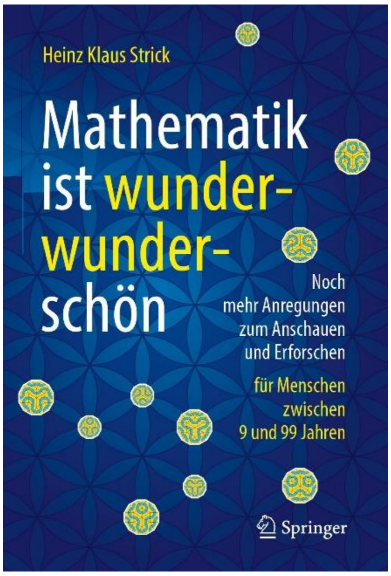
- Die Anzahl der möglichen Anordnungen, bei denen die beiden Allegros nicht als erstes bzw. als viertes Stück, die beiden Adagios nicht als zweites bzw. als fünftes Stück und die beiden Rondos nicht als drittes bzw. als sechstes Stück abgespielt werden, beträgt 80 (11,1 %). Diese Anzahl kann beispielsweise mithilfe eines EXCEL-Blatts mit allen 720 möglichen Anordnungen und einer entsprechenden Abfrage ermittelt werden.

Hinweis auf meine drei Bücher über schöne Mathematik

- *Mathematik ist schön* (2017, 2. Auflage 2019)
- *Mathematik ist wunderschön* (2018, 2. Auflage 2020)
- *Mathematik ist wunderwunderschön*
  (2019, die 2. Auflage erscheint im Juli 2021)







- ➢ Wenn diese Bücher über mich gekauft werden, geht jeweils 25 % des Verkaufspreises als Spende an das **Friedensdorf Oberhausen**.