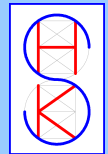




Lösungen September 2020



Lösung quadratischer Gleichungen mit dem Zirkel

Die beiden Punkte $A(0 \mid 1)$, $B(-p \mid q)$ sowie der Mittelpunkt $M\left(-\frac{p}{2} \mid \frac{q+1}{2}\right)$ der Strecke \overline{AB} sind jeweils blau hervorgehoben. Durch diese verläuft ein Kreis mit Radius r mit

$$r^2 = \overline{MA}^2 = \left(-\frac{p}{2} - 0\right)^2 + \left(\frac{q+1}{2} - 1\right)^2 = \frac{p^2 + (q-1)^2}{4}$$

Die Punkte dieses Kreises können durch die folgende Gleichung beschrieben werden:

$$\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{q+1}{2}\right)^2 = \frac{p^2 + (q-1)^2}{4}$$

Falls der Kreis die x -Achse schneidet, dann gilt

$$\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + \left(0 - \frac{q+1}{2}\right)^2 = \frac{p^2 + (q-1)^2}{4}, \text{ was äquivalent ist zu}$$

$$x^2 + px + \frac{p^2}{4} + \frac{q^2}{4} + \frac{q}{2} + \frac{1}{4} = \frac{p^2}{4} + \frac{q^2}{4} - \frac{q}{2} + \frac{1}{4} \Leftrightarrow$$

$$x^2 + px + \frac{q}{2} = -\frac{q}{2} \Leftrightarrow x^2 + px + q = 0.$$