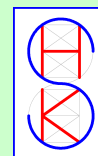




Lösungen Februar 2020



Jede Mannschaft spielt gegen jede andere, d. h. jede Mannschaft spielt dreimal. Die verschiedenen Punktzahlen können nur erreicht werden, wenn bestimmte Bedingungen erfüllt sind:

- Wenn eine Mannschaft 2 Punkte erreicht hat, dann hat sie zweimal unentschieden gespielt und einmal verloren.
- Wenn eine Mannschaft 3 Punkte erreicht hat, dann hat sie entweder dreimal unentschieden gespielt oder einmal gesiegt und zweimal verloren.
- Wenn eine Mannschaft 4 Punkte erreicht hat, dann hat sie jeweils ein Spiel gewonnen, unentschieden gespielt bzw. verloren.
- Wenn eine Mannschaft 5 Punkte erreicht hat, dann hat sie ein Spiel gewonnen und zwei unentschieden gespielt.
- Wenn eine Mannschaft 6 Punkte erreicht hat, muss sie zwei Spiele gewonnen und ein Spiel verloren haben.

Nach diesen Vorüberlegungen finden wir durch Knobeln für die Spiele in den einzelnen Gruppen Folgendes heraus.

Für Gruppe 1 gilt: Mannschaft A muss zwei Spiele gewonnen und ein Spiel unentschieden gespielt haben; Mannschaft B hat ein Spiel gewonnen und zweimal unentschieden gespielt. Da B kein Spiel verloren hat, muss es sich bei einem der Unentschieden von Mannschaft B um das Spiel gegen A gehandelt haben. A hat also gegen C und D gewonnen. Daher endete keines der Spiele von C mit einem Unentschieden, sondern mit zwei Niederlagen und einem Sieg.

	A	B	C	D
A	x	o	+	+
B	o	x		
C	-		x	
D	-			x

Da es also insgesamt nur zwei Unentschieden gab und Mannschaft C keinmal unentschieden gespielt hat, muss B gegen D unentschieden gespielt haben; und hieraus folgt, dass B gegen C gewonnen und folglich C gegen D gewonnen hat.

	A	B	C	D
A	x	o	+	+
B	o	x	+	o
C	-	-	x	+
D	-	o	-	x

Aus den Torverhältnissen ergibt sich folgendes:

A muss zweimal mit einem Tor Unterschied gewonnen haben (also 1:0, 2:1 oder 3:2), B hat mit zwei Toren Unterschied gewonnen (also B – C entweder 2:0 oder 3:1), D hat die beiden Spiele gegen A und gegen C mit einem Tor Unterschied verloren (also 0:1, 1:2 oder 2:3):

	A	B	C	D
A	x	0:0, 1:1, 2:2, 3:3	1:0, 2:1, 3:2	1:0, 2:1, 3:2
B	0:0, 1:1, 2:2, 3:3	x	2:0, 3:1	0:0, 1:1, 2:2, 3:3
C	0:1, 1:2, 2:3	0:2, 1:3	x	1:0, 2:1, 3:2
D	0:1, 1:2, 2:3	0:0, 1:1, 2:2, 3:3	0:1, 1:2, 2:3	x

Da D nur ein Tor geschossen und drei einstecken musste, kommen als Ergebnisse nur die Kombinationen 0:1, 1:1, 0:1 oder 0:1, 0:0, 1:2 oder 1:2, 0:0, 0:1 in Frage.

Für C ergeben sich die möglichen Kombinationen 0:1, 0:2, 2:1 oder 0:1, 1:3, 1:0 oder 1:2, 0:2, 1:0.

Setzt man diese Kombinationen nacheinander ein und beachtet man dann auch die Torverhältnisse von A und B, dann bleiben nur die folgenden drei Möglichkeiten:

	A	B	C	D
A	x	2:2	2:1	1:0
B	2:2	x	2:0	1:1
C	1:2	0:2	x	1:0
D	0:1	1:1	0:1	x

	A	B	C	D
A	x	3:3	1:0	1:0
B	3:3	x	2:0	0:0
C	0:1	0:2	x	2:1
D	0:1	0:0	1:2	x

	A	B	C	D
A	x	2:2	1:0	2:1
B	2:2	x	3:1	0:0
C	0:1	1:3	x	1:0
D	1:2	0:0	0:1	x

Für Gruppe 2 gilt: Mannschaft E hat ein Spiel gewonnen und zwei Spiele unentschieden gespielt; Mannschaft F hat ein Spiel gewonnen und einmal unentschieden gespielt. Mannschaft H hat zweimal unentschieden gespielt und ein Spiel verloren. Da die Gesamtzahl der Unentschieden aus der Sicht aller Mannschaften gesehen, eine gerade Zahl sein muss, folgt, dass G mit insgesamt drei erreichten Punkten alle drei Spiele unentschieden gespielt hat.

	E	F	G	H
E	x		o	
F		x	o	
G	o	o	x	o
H			o	x

Da also klar ist, welches Spiel F unentschieden gespielt hat, muss F das Spiel gegen A verloren und gegen H gewonnen haben.

	E	F	G	H
E	x	+	o	o
F	-	x	o	+
G	o	o	x	o
H	o	-	o	x

Aus den Torverhältnissen ergibt sich folgendes:

E muss sein Spiel mit einem Tor Unterschied gewonnen haben (also 1:0, 2:1 oder 3:2), F hat ein Spiel mit einem Tor Unterschied gegen F verloren:

	E	F	G	H
E	x	1:0, 2:1, 3:2	0:0, 1:1, 2:2, 3:3	0:0, 1:1, 2:2, 3:3
F	0:1, 1:2, 2:3	x	0:0, 1:1, 2:2, 3:3	1:0, 2:1, 3:2
G	0:0, 1:1, 2:2, 3:3	0:0, 1:1, 2:2, 3:3	x	0:0, 1:1, 2:2, 3:3
H	0:0, 1:1, 2:2, 3:3	0:1, 1:2, 2:3	0:0, 1:1, 2:2, 3:3	x

Aus dem Torverhältnis von F ergeben sich folgende sechs Möglichkeiten für F: 0:1, 0:0, 3:2 oder 0:1, 1:1, 2:1 oder 0:1, 2:2, 1:0 oder 1:2, 0:0, 2:1 oder 1:2, 1:1, 1:0 oder 2:3, 0:0, 1:0. Spielt man dann mit diesen Ansätzen die übrigen bzgl. der Torverhältnisse möglichen Kombinationen durch, dann ergibt sich:

	E	F	G	H
E	x	1:0	3:3	0:0
F	0:1	x	0:0	3:2
G	3:3	0:0	x	1:1
H	0:0	2:3	1:1	x

	E	F	G	H
E	x	1:0	2:2	1:1
F	0:1	x	1:1	2:1
G	2:2	1:1	x	1:1
H	1:1	1:2	1:1	x

	E	F	G	H
E	x	1:0	1:1	2:2
F	0:1	x	2:2	1:0
G	1:1	2:2	x	1:1
H	2:2	0:1	1:1	x

	E	F	G	H
E	x	2:1	2:2	0:0
F	1:2	x	0:0	2:1
G	2:2	0:0	x	2:2
H	0:0	1:2	2:2	x

	E	F	G	H
E	x	2:1	1:1	1:1
F	1:2	x	1:1	1:0
G	1:1	1:1	x	2:2
H	1:1	0:1	2:2	x

	E	F	G	H
E	x	3:2	1:1	0:0
F	2:3	x	0:0	1:0
G	1:1	0:0	x	3:3
H	0:0	0:1	3:3	x

Für die Gruppe der Endrunde gilt: Die Mannschaften A, B und E haben jeweils ein Spiel gewonnen und ein Spiel unentschieden gespielt; daher müssen alle Spiele von Mannschaft F unentschieden ausgegangen sein.

	A	B	E	F
A	x			o
B		x		o
E			x	o
F	o	o	o	x

Wer von A, B, E gegen welche Mannschaft gewonnen bzw. verloren hat, lässt sich aufgrund der Tabelle auf den ersten Blick nicht entscheiden. Hier sind zwei Kombinationen möglich.

	A	B	E	F
A	x	+	-	o
B	-	x	+	o
E	+	-	x	o
F	o	o	o	x

	A	B	E	F
A	x	-	+	o
B	+	x	-	o
E	-	+	x	o
F	o	o	o	x

Da aber in der Tabelle B auf dem 2. Platz und E auf dem 3. Platz steht – bei gleichem Torverhältnis, muss in der direkten Begegnung B – E die Mannschaft B gewonnen haben, also gilt die erste Version.

Aus den Torverhältnissen ergibt sich folgendes:

Kann es vorgekommen sein, dass in der Endrunde eine Mannschaft eins der drei Nicht-Unentschieden-Spiele mit zwei Toren Unterschied gewonnen hat? Wegen des Gesamt-Torverhältnisses von 2:2 bei B und E wäre hier nur ein 2:0 oder ein 0:2 möglich. Setzt man aber irgendein Spiel mit 2:0 an, dann ergibt sich auch für das andere Spiel dieses Resultat. Dies steht aber Widerspruch zum 5:5-Torverhältnis von F.

Die beiden Spiele können also nur 1:0 bzw. 0:1 und/oder 2:1 bzw. 1:2 ausgegangen sein. Setzt man jedoch irgendein Spiel mit 2:1 bzw. 1:2 an, dann führt dies wegen der Torverhältnisse (2:2 bei B, E und 5:5 bei F) stets zum Widerspruch.

Daher ergibt sich nur ein möglicher Verlauf:

	A	B	E	F
A	x	1:0	0:1	3:3
B	0:1	x	1:0	1:1
E	1:0	0:1	x	1:1
F	3:3	1:1	1:1	x